



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

**OPCIÓN A**

1.

- a) (2 puntos) Determine el rango de la matriz  $A$  siguiente, según los diferentes valores del parámetro  $k$ .

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k+2 & 0 \\ 1 & 1 & k+2 \end{pmatrix}$$

- b) (1 punto) Determine la inversa de la matriz  $A$  anterior cuando  $k = 1$ .

2.

- a) (1 punto) Determine el valor de las constantes  $a$  y  $b$  para que los puntos siguientes estén alineados  $A : (1, 1, 2)$ ,  $B : (2, 2, 2)$  y  $C : (-1, a, b)$  y determine la recta que los contiene.

- b) (0,5 puntos) Dados dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , calcule el vector:

$$(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v})$$

Donde el símbolo "x" representa el producto vectorial.

3.

- a) (1,5 puntos) Un rectángulo tiene sus vértices en los puntos  $(0, 0)$ ,  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$  y  $(a, b)$ , donde  $a > 0$  y  $b > 0$  y además el punto  $(a, b)$ , está situado en la curva de ecuación:

$$y = \frac{1}{x^2} + 9$$

De entre todos los rectángulos que cumplen esas condiciones determine el rectángulo de área mínima y calcule dicha área mínima.

- b) (1 punto) Determine:

$$\int \frac{1}{9-x^2} dx$$

- c) (1,5 puntos) Determine el valor de la constante  $k$  para que se verifique que:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + kx + 3}{x^3 - x^2 - x + 1} = 2$$

4. Se dispone de dos cajas, la caja  $A$  contiene 3 bolas moradas y 2 bolas rojas; mientras que la caja  $B$  contiene 4 bolas moradas y 4 rojas.

- a) (0,75 puntos) Se escoge una bola cualquiera de la caja  $A$  y se pasa a la caja  $B$ . Posteriormente se saca una bola de la caja  $B$ . ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja  $B$  sea morada?

- b) (0,75 puntos) Ahora volvemos a la situación original de las cajas; la  $A$  contiene 3 moradas y 2 rojas y la  $B$  contiene 4 moradas y 4 rojas.

Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja  $A$ ?

## OPCIÓN B

1.

a) (1,5 puntos) El club deportivo Collarada está formado por 60 deportistas de las siguientes disciplinas: esquí alpino, esquí nórdico y escalada. Se sabe que hay 16 deportistas menos de esquí alpino que la suma de los de esquí nórdico y escalada. Además, el número de deportistas de esquí alpino más los de escalada es tres veces el número de deportistas de esquí nórdico. Calcula el número de deportistas de cada disciplina.

b) (1,5 puntos) Sabiendo que  $a = -2$ , calcule el valor del siguiente determinante.

$$\begin{vmatrix} a & a+b & a-c \\ 2a & 3a+2b & 4a-2c \\ 3a & 6a+3b & 10a-3c \end{vmatrix}$$

2.

a) (1 punto) Determine la ecuación del plano determinado por el punto  $P : (2, 1, 2)$  y la recta  $r : (1, 0, 0) + t(-1, 1, 1)$ .

b) (0,5 puntos) Dados los vectores  $\vec{u} = (1, 2, 0)$  y  $\vec{v} = (2, 1 - 3)$ , determine el área del triángulo que tiene por lados esos dos vectores.

3. Considere la función:

$$f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$$

a) (1,5 puntos) Determine las asíntotas de la función, si existen.

b) (1 punto) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de esa función, si existen.

c) (1,5 puntos) Determine la integral  $\int_1^3 f(x) dx$ .

4. La probabilidad de que una persona escriba un mensaje de Twitter sin faltas de ortografía es 0,75. Se sabe además que una persona escribe a lo largo del día 20 mensajes de Twitter.

A partir de esta información, responde a las siguientes cuestiones. NO es necesario finalizar los cálculos en ninguna de ellas, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen.

a) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los mensajes escritos en un día, es decir 10, no tengan faltas de ortografía?

b) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún mensaje de los 20 escritos en un día tenga faltas de ortografía?

c) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que 18 o más mensajes de los 20 escritos en un día sí tengan faltas de ortografía?